Menschlich und musikalisch wurde Claude Starck geprägt durch den Einstieg in die Musik, die ihm sein Vater, der Organist Walther Starck, in den ersten Unterrichtsjahren vermittelte. Er begann schon mit vier Jahren Cello zu spielen. Die Methode der musikalischen Früherziehungseines Vaters, im Buch *Musique d’abord* dargelegt, basiert auf dem Prinzip des Musizierens nach dem Gehör.

1943 gewann er den Cellowettbewerb in Baden-Elsass. Er studierte am Conservatoire de Paris bei Paul Bazelaire, Pierre Fournier und Paul Tortelier, wo er 1951 den 1. Preis gewann. 1957 folgte die Medaille am Concours de Genève.

Er wurde zuerst Solocellist der Festival Strings Lucerne, dann war er von 1960 bis 1993 1. Solocellist des Zürcher Tonhalle-Orchesters, sowie bis 1976 Mitglied des Tonhalle-Quartetts. Nebst seiner regen Konzerttätigkeit führte er in seinem Professorat an der Musikhochschule Zürich zwischen 1963 bis 1996 rund 100 Studenten in der Konzertausbildungsklasse zum Lehr- oder Konzertdiplom.

Claude Starck hat bei über 20 Schallplattenaufnahmen mitgewirkt. Als er sich für eine Aufnahme sämtlicher Cellosonaten von Antonio Vivaldi vorbereitete, bemühte er sich in Italien um die Originale dieser Werke. Es kamen drei bisher unentdeckte Sonaten zum Vorschein, die er dann in der Aufnahme von Tudor Records erstmals aufzeichnete und herausgab. Heute gehören diese Sonaten zum Vivaldi-Repertoire.