Claude Starck fut marqué humainement et musicalement de l'entrée dans la musique que son père, l'organiste Walther Starck, lui a permis pendant les premières années d'enseignement. Il commençait à jouer du violoncelle déjà à l’âge de quatre ans à l’aide de d’une méthode d’éducation musicale mise au point par son père et basé sur le principe de faire de la musique après l'ouïe.

En 1943, il gagnait la compétition de violoncelle en Alsace pays de Bade. Il étudia au Conservatoire de Paris chez Paul Bazelaire, Pierre Fournier et Paul Tortelier et y remporta le 1er prix en 1951. En 1957, la médaille suivait au Concours de Genève.

Il devint d'abord violoncelle solo du Festival Strings Lucerne, avant d’occuper de 1960 à 1993 la même position au sein de l’Orchestre de la Tonhalle à Zürich. Jusqu’en 1976 il fut également membre de Quatuor de la Tonhalle. A côté d’une vie très active de concertiste Claude Starck était également professeur à la Haute Ecole de Musique de Zürich entre 1963 et 1996 et a conduit plus de cent élèves au diplôme d’enseignant ou de concertiste.

Claude Starck a participé à de plus de 20 enregistrements de disque dont plusieurs pour la maison Claves Records. En guise de préparation à l’enregistrement d’une intégrale des sonates pour violoncelle d’Antonio Vivaldi, il s’est rendu en Italie afin d’voir accès aux originaux et a découvert trois sonates qui ont été enregistrés pour Tudor Records et qui font aujourd’hui part du répertoire.